

ABECE

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA
DE ENGENHARIA E
CONSULTORIA ESTRUTURAL

TÍTULO: Processo aproximado para consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado

AUTORES: Patrícia Helena de Andrade Sartori Oliveira, Ricardo Leopoldo e Silva França

ANO: 2007

PATROCINADOR:

PALAVRAS CHAVES: : Análise não-linear. rigidez de pilares em concreto armado

e-Artigo: 016 - 2007



Processo aproximado para a consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado

Patrícia Helena de Andrade Sartori Oliveira & Ricardo Leopoldo Silva e França¹

Este artigo apresenta estudos referentes à rigidez de pilares em análises de segunda ordem. Para o fornecimento de dados de rigidez para análises não-lineares é proposta a utilização das relações momento fletor - força normal - rigidez secante. Para isto, através da linearização das relações momento-curvatura é apresentado o procedimento de construção dos ábacos, contendo as curvas de interação momento fletor - força normal em conjunto com os valores de rigidez secante adimensionais. Com a finalidade de demonstrar a aplicabilidade, apresentam-se exemplos de utilização desses ábacos para dimensionamento e verificação de pilares. Nestes exemplos a não-linearidade geométrica é considerada através do processo P-delta, Pilar-Padrão ou Pilar-Padrão Melhorado e a não-linearidade física pelos ábacos com as curvas de interação momento fletor - força normal - rigidez secante adimensional. Conclui-se que a utilização da rigidez secante adimensional para consideração da não-linearidade física dos pilares é uma ferramenta de grande potencial, pois fornece resultados excelentes.

Palavras-Chave: análise não-linear. rigidez de pilares em concreto armado

1 Introdução

O Concreto Armado é um material heterogêneo constituído de concreto e aço e de comportamento não-linear. Para estudo da não-linearidade de estruturas de concreto armado é necessário analisar a não-linearidade física do material e a não-linearidade geométrica da estrutura. O conhecimento da rigidez da peça é de grande importância para determinação da deformabilidade e da estabilidade da estrutura.

A não-linearidade física do material é usualmente definida a partir das relações entre momento fletor - força normal - curvatura, porém, para uso prático, pode ser mais conveniente usar relações momento fletor - força normal - rigidez secante, pois estas relações fornecem diretamente os valores necessários às etapas de análises lineares nas quais são decompostas as análises não-lineares.

França[6] propôs uma linearização das relações momento-curvatura sob a forma de rigidez secante, com base em parâmetros para caracterização da deformabilidade. Com a linearização da relação momento-curvatura, é possível a construção de ábacos de interação ($M_u - N_u$) nos quais estão também traçadas curvas de rigidez secante adimensional.

São apresentados exemplos de emprego desses ábacos, pois podem ser de grande auxílio e aplicabilidade em problemas de dimensionamento e verificação, tanto em análises feitas com o Método Geral como em análises com Métodos Aproximados.

Processo aproximado para a consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado

Patrícia Helena de Andrade Sartori Oliveira & Ricardo Leopoldo Silva e França¹

2 Utilização de valores de rigidez secante baseados na linearização das relações momento-curvatura para análises de segunda ordem

2.1 Definição de rigidez secante adimensional ou relativa

Para a construção de ábacos com validade para várias seções e tipos de concreto, é conveniente adotar valores adimensionais de rigidez.

Para seções retangulares e circulares tem-se:

$$\kappa = \frac{EI_{i,sec}}{A_c h^2 f_{cd}} \text{ para seção cheia}$$

$$\kappa_o = \frac{EI_{i,sec}}{A_c h_o^2 f_{cd}} \text{ para seção vazada}$$

Sendo:

$$EI_{i,sec} = \frac{M_i}{(1/r)_i}$$

Onde:

M_i valor do momento para o qual a rigidez secante está sendo definida;

$(1/r)_i$ curvatura correspondente ao momento M_i ;

h altura da seção na direção do plano de atuação do momento M_i para seção retangular ou o diâmetro para seção circular;

h_o distância entre o centro de gravidade das armaduras superiores e inferiores na direção do plano de atuação do momento M_i para seção retangular ou circular;

$f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$ valor da resistência de cálculo do concreto à compressão, com $\gamma_c = 1,4$;

A_c área da seção transversal de concreto.

2.2 Proposta de linearização das relações momento-curvatura

A linearização proposta por França[6] toma como base às curvas momento-curvatura construídas a partir do diagrama tensão-deformação parábola-retângulo e valores de $\alpha f_c = 0,85$, $1,3 f_{cd}$, $f_y = f_{yd}$ e $\gamma_{f3} = 1,10$. Ela consiste em substituir a relação momento-curvatura por uma reta que liga a origem do diagrama (A) ao ponto (B) correspondente à interseção entre o momento fletor último dividido por γ_{f3} (M_{ud}/γ_{f3}) e a curva momento-curvatura conforme figura abaixo.

Processo aproximado para a consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado

Patrícia Helena de Andrade Sartori Oliveira & Ricardo Leopoldo Silva e França¹

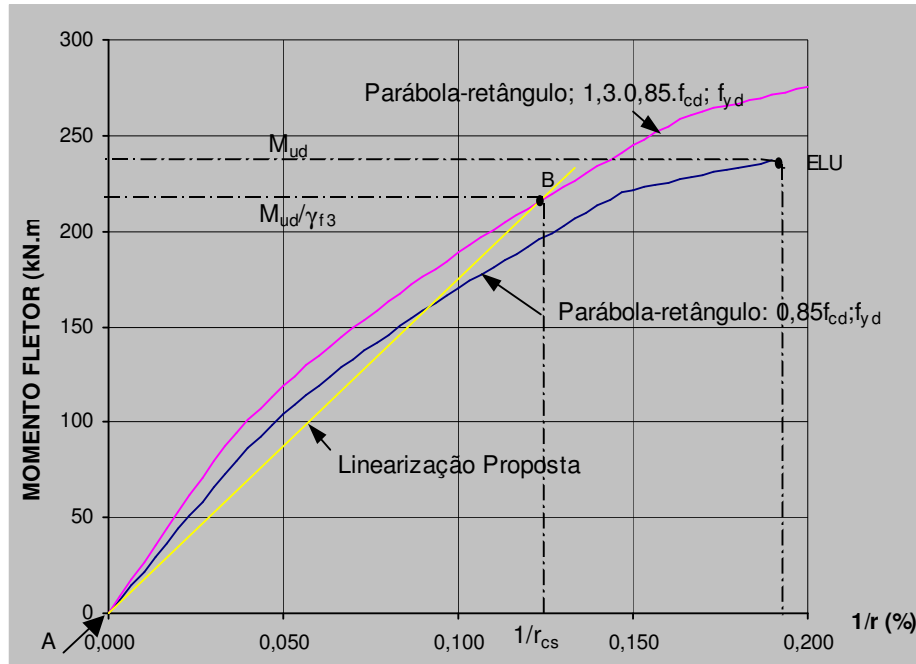


Figura 1 - Linearização Proposta.

A rigidez secante dada por essa reta é chamada de EI_{cs} , e o correspondente valor de rigidez secante adimensional κ é dado por:

$$\kappa = \frac{EI_{cs}}{A_c h^2 f_{cd}} = \frac{\frac{M_{ud}}{\gamma_{f3}}}{\frac{1}{r_{cs}}} \frac{1}{A_c h^2 f_{cd}} \quad \text{para seção cheia}$$

$$\kappa_o = \frac{EI_{cs}}{A_c h_o^2 f_{cd}} = \frac{\frac{M_{ud}}{\gamma_{f3}}}{\frac{1}{r_{cs}}} \frac{1}{A_c h_o^2 f_{cd}} \quad \text{para seção vazada}$$

Esse valor de rigidez secante adimensional, único, será adotado para qualquer intensidade de momento fletor e será calculado para diferentes valores de força normal, taxa e arranjo da armadura.

Processo aproximado para a consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado

Patrícia Helena de Andrade Sartori Oliveira & Ricardo Leopoldo Silva e França¹

2.3 Procedimento para obtenção de κ e construção de ábacos de interação para seções retangulares e circulares, cheias e vazadas.

Ábacos com curvas de interação são construídos com a utilização dos valores de rigidez secante adimensional κ e com os procedimentos descritos a seguir.

Dada uma seção transversal retangular ou circular, cheia ou vazada, e com arranjo de armadura definido, são construídas curvas de interação dos valores últimos (M_{ud} , N_d) para várias taxas de armadura, como mostra a figura 2.

Para cada conjunto de valores ($A_{s,tot}$, N_d , M_{ud}) é construído o trecho da curva momento-curvatura (com $N = N_d/\gamma_{f3}$, $\alpha_{fc} = 0,85 \cdot 1,3 f_{cd}$ e f_{yd}), e calculado o valor de $1/r_{cs}$ correspondente a M_{ud}/γ_{f3} e N_d/γ_{f3} , como mostra a figura 3. O valor da rigidez secante adimensional κ é dado pela expressão mostrada anteriormente. Com isso, obtêm-se, para o conjunto de pontos escolhidos, os valores ($A_{s,tot}$, N_d , M_{ud} , κ). Em seguida são necessárias interpolações para se obterem os pares (N_d , M_{ud}) que correspondem a valores inteiros de κ . Unindo-se os pontos com mesmos valores de rigidez secante, obtêm-se as curvas de κ em função de N_d , M_{ud} , como mostra a figura 4.

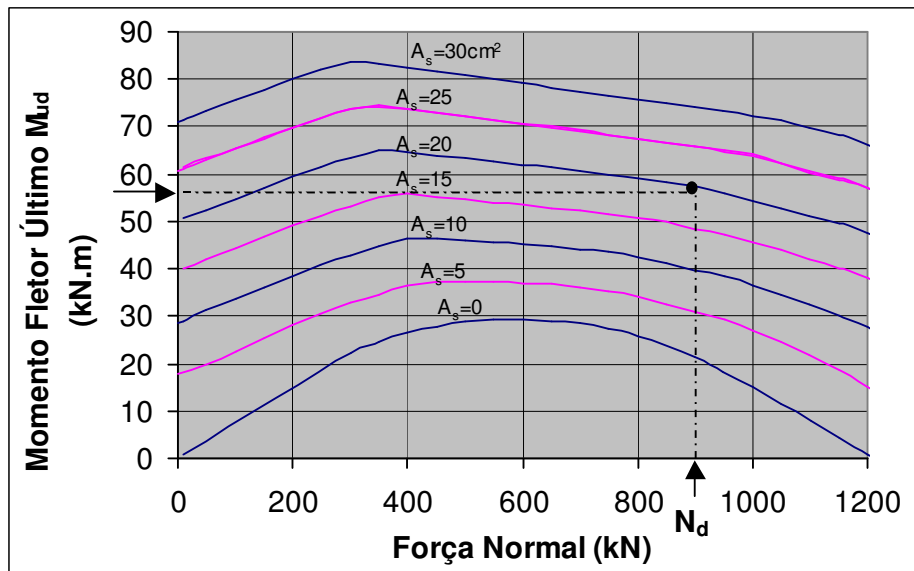


Figura 2 –Curvas de interação dos valores últimos para várias taxas de armadura para uma determinada seção transversal.

Processo aproximado para a consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado

Patrícia Helena de Andrade Sartori Oliveira & Ricardo Leopoldo Silva e França¹

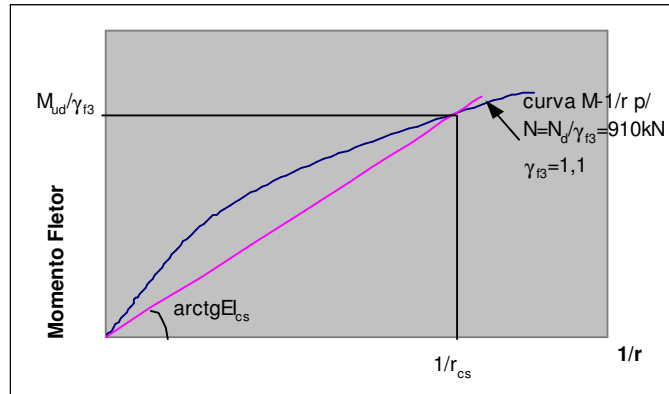


Figura 3 - Processo de obtenção de κ .

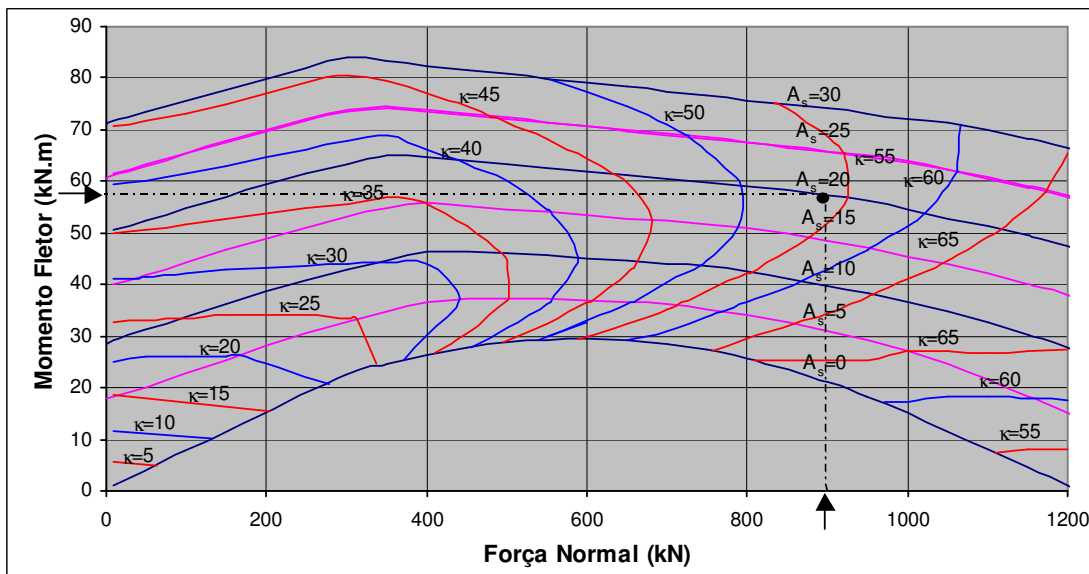


Figura 4 - Curvas de interação e valores de κ correspondentes

A partir do procedimento mostrado, transformado para variáveis adimensionais, foram elaborados ábacos com curvas de interação e curvas de κ constantes para as seções mostradas na figura 5 com os valores de d'/h correspondentes para cada seção, complementando os já construídos por França[6].

Processo aproximado para a consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado

Patrícia Helena de Andrade Sartori Oliveira & Ricardo Leopoldo Silva e França¹

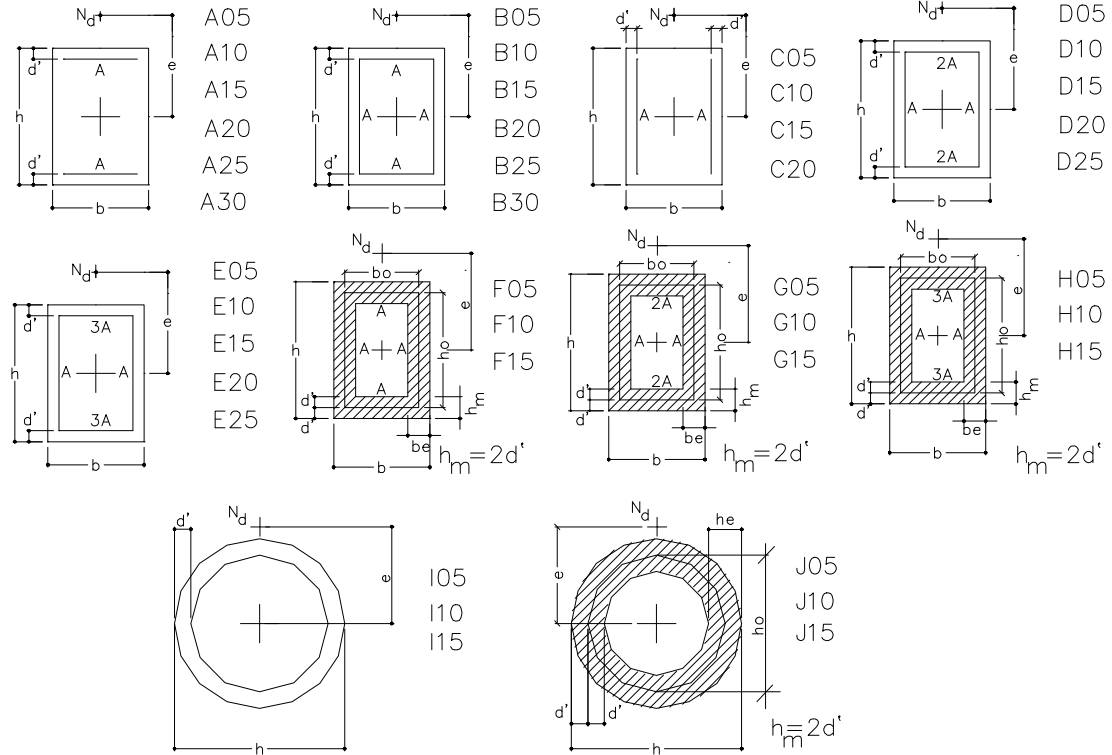


Figura 5 – Arranjos de armadura e valores correspondentes de d'/h .

com os adimensionais dados por:

$$\nu = \frac{N_d}{A_c f_{cd}}$$

$$\mu = \frac{M_d}{A_c h f_{cd}} = \frac{e \cdot N_d}{A_c h f_{cd}} = \frac{e}{h} \nu \quad \text{para seção cheia}$$

$$\mu_o = \frac{M_d}{A_c h_o f_{cd}} = \frac{e \cdot N_d}{A_c h_o f_{cd}} = \frac{e}{h_o} \nu \quad \text{para seção vazada}$$

$$\omega = \frac{A_{s,tot} f_{yd}}{A_c f_{cd}}$$

$$\kappa = \frac{EI_{cs}}{A_c h^2 f_{cd}} \quad \text{para seção cheia}$$

$$\kappa_o = \frac{EI_{cs}}{A_c h_o^2 f_{cd}} \quad \text{para seção vazada}$$

Processo aproximado para a consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado

Patrícia Helena de Andrade Sartori Oliveira & Ricardo Leopoldo Silva e França¹

Para seções retangulares e circulares vazadas é utilizado “ h_o ” (distância entre os centros de gravidades das armaduras superiores e inferiores) ao invés de “ h ” (distância entre as faces externas da peça) na definição dos adimensionais, pois geralmente o pilar retangular de seção vazada não tem a mesma espessura de parede nas duas direções, então dificultaria muito na criação dos ábacos para este tipo de seção. Adotando-se uma espessura média entre as paredes de maneira a manter a mesma área de concreto e a mesma distância das armaduras b_o e h_o em relação ao centro de gravidade da seção, a resistência da peça não tem variação significante. Portanto, ao utilizar-se uma seção equivalente com a espessura média, como mostra a figura abaixo, diminui-se a quantidade de ábacos a serem construídos e torna-se mais prático a utilização dos mesmos.

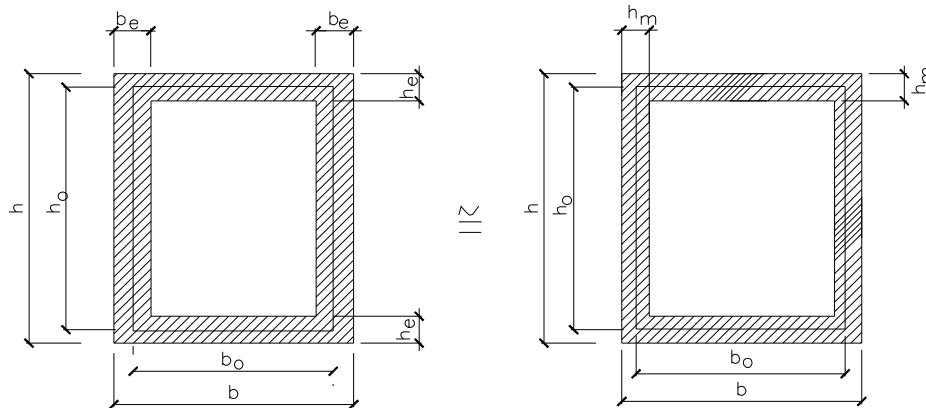


Figura 6: Seção retangular vazada adotando a espessura média.

Processo aproximado para a consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado

Patrícia Helena de Andrade Sartori Oliveira & Ricardo Leopoldo Silva e França¹

2.4 Exemplos de ábacos de interação adimensional Momento-Normal-Rigidez Secante

CURVAS DE INTERAÇÃO ADIMENSIONAIS Momento-Normal-Rigidez Secante

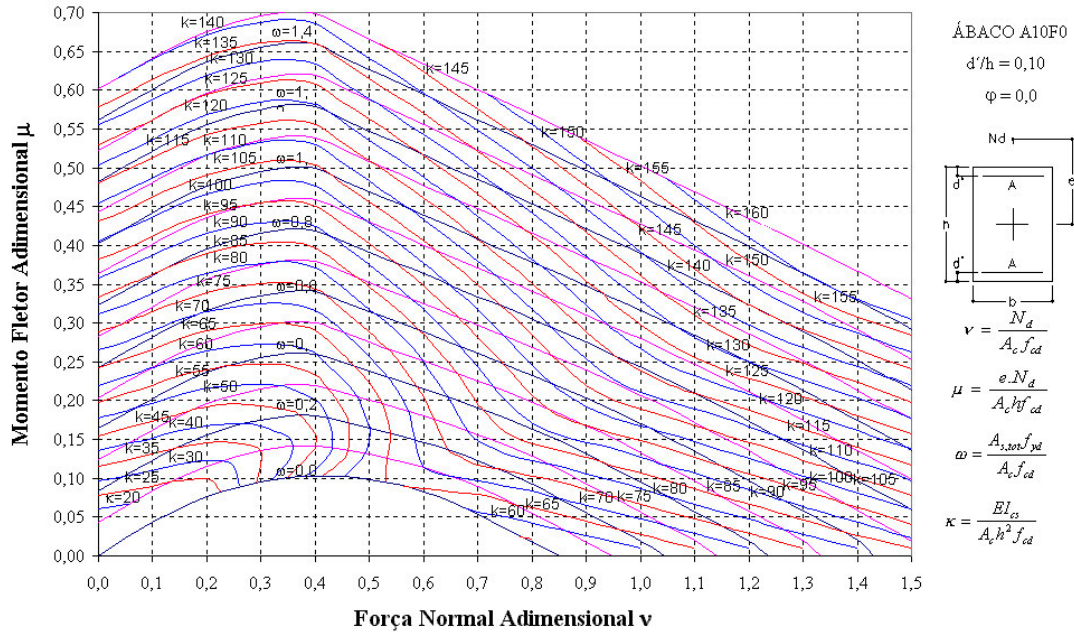


Figura 7: Ábaco para seção retangular cheia tipo A com $d'/h=0,10$ e $\varphi=0,0$.

Processo aproximado para a consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado

Patrícia Helena de Andrade Sartori Oliveira & Ricardo Leopoldo Silva e França¹

CURVAS DE INTERAÇÃO ADIMENSIONAIS Momento-Normal-Rigidez Secante

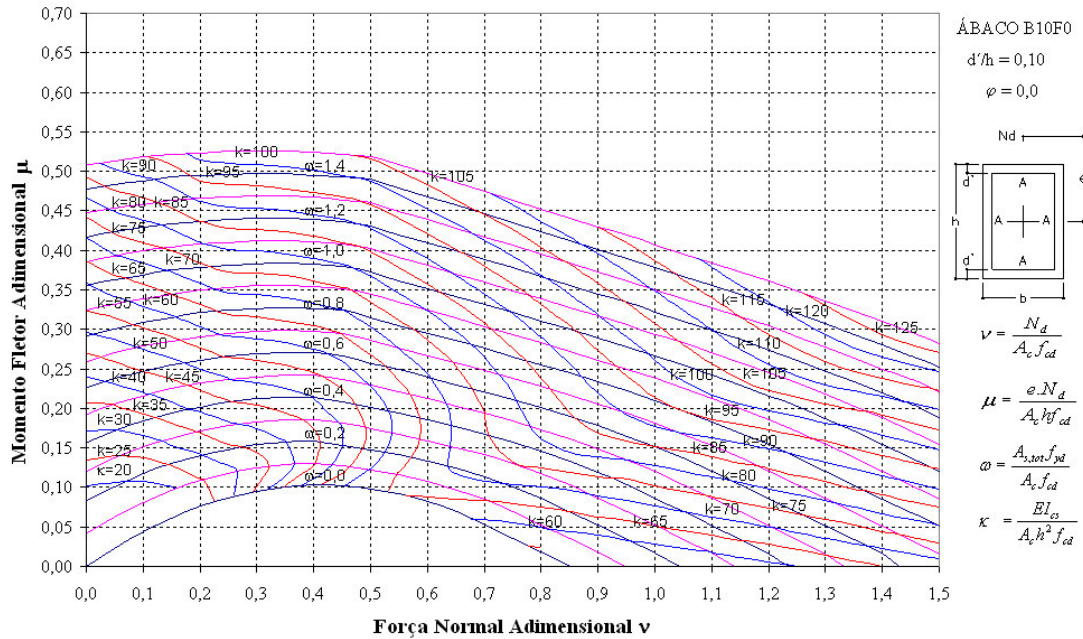


Figura 8: Ábaco para seção retangular cheia tipo B com $d'/h_0=0,10$ e $\varphi=0,0$.

Processo aproximado para a consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado

Patrícia Helena de Andrade Sartori Oliveira & Ricardo Leopoldo Silva e França¹

CURVAS DE INTERAÇÃO ADIMENSIONAIS Momento-Normal-Rigidez Secante

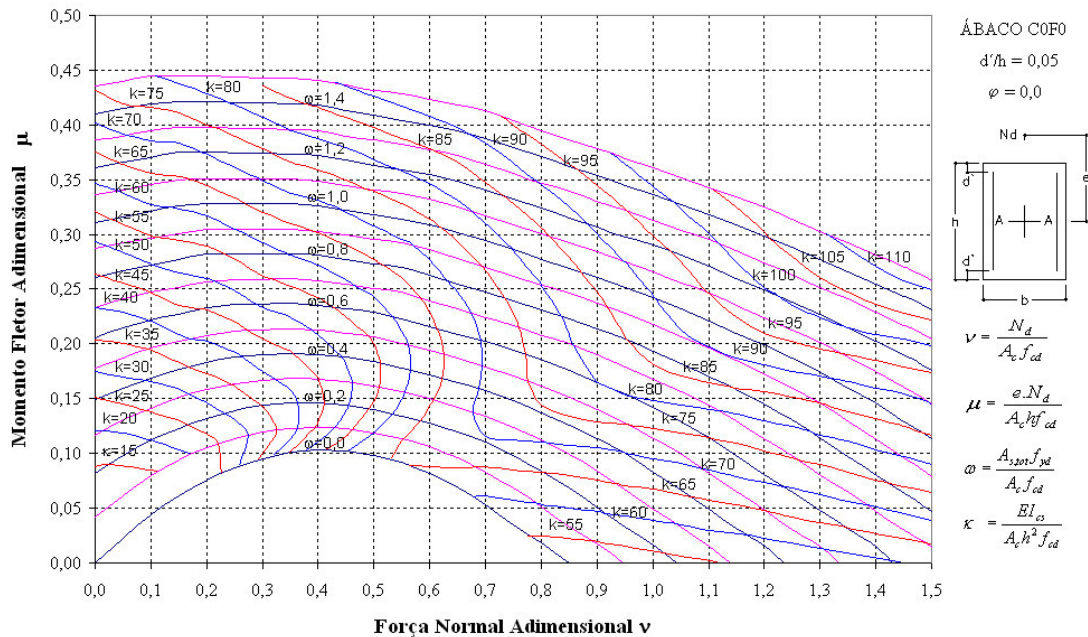


Figura 9: Ábaco para seção retangular cheia tipo C com $d'/h_0=0,05$ e $\varphi=0,0$.

3 Aplicação a problemas com flexão normal-composta

Pretende-se mostrar através dos exemplos o potencial da idéia da utilização da rigidez secante adimensional para consideração da não-linearidade física em pilares.

Processo aproximado para a consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado

Patrícia Helena de Andrade Sartori Oliveira & Ricardo Leopoldo Silva e França¹

3.1 Exemplo 1

O exemplo apresenta o dimensionamento de um pilar em balanço de seção retangular, engastado na base, utilizando os Processos do Pilar-Padrão e do Pilar-Padrão Melhorado.

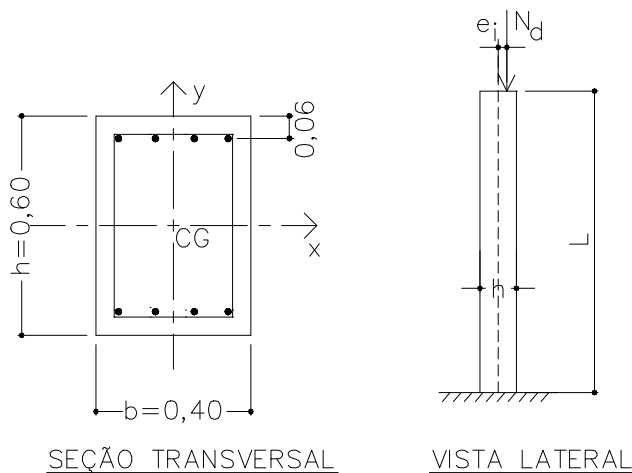


Figura 10: Características Geométricas.

Geometria:

$b=0,40\text{m}$; $h=0,60\text{m}$; $L=6,0\text{m}$

$e_i=0,15\text{m}$ (excentricidade inicial, incluindo as imperfeições)

$\lambda_x=69,2$

$d/h = 0,10$

Cargas:

$N_d=3000\text{kN}$

$M_d=3000 \times 0,15 = 450\text{kN.m}$

Para consideração da fluência é adotado o valor igual a 0,0.

Parâmetros dos Materiais:

-concreto: $f_{ck}=30\text{MPa}$

-aço: $f_{yk}=500\text{MPa}$

Cálculo de λ_1 :

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \times (e_1 / h)}{\alpha_b}$$

Processo aproximado para a consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado

Patrícia Helena de Andrade Sartori Oliveira & Ricardo Leopoldo Silva e França¹

Para pilares em balanço α_b é dado por: $\alpha_b = 0,80 + 0,20 \times \frac{450}{450} = 1,0$

Portanto: $\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \times (0,15/0,60)}{1,0} = 28,2$

Como $\lambda_x > \lambda_1$ é necessário considerar o efeito de 2ª ordem.

3.1.1 Processo do Pilar-Padrão com rigidez κ do ábaco

$$v = \frac{3000}{0,40 \times 0,60 \times \frac{30000}{1,4}} = 0,583$$

$$\mu_1 = \frac{M_{1d}}{A_c h f_{cd}} = \frac{450}{0,4 \times 0,6^2 \times \frac{30000}{1,4}} = 0,146$$

$$\mu_{TOT} = \mu_1 \frac{1}{1 - \alpha_E}$$

$$\alpha_E = v \times \frac{(l_e / h)^2}{10 \times \gamma_3 \times \kappa} = 0,583 \times \frac{(2 \times 6,0 / 0,60)^2}{10 \times 1,1 \times \kappa} = \frac{21,21}{\kappa}$$

$$\text{Portanto: } \mu_{TOT} = \mu_1 \frac{1}{1 - \frac{21,21}{\kappa}}$$

Como o processo é iterativo, na tabela abaixo são apresentadas as etapas de iteração. É utilizado o ábaco tipo A10F0 devido à disposição da armadura, o valor de d/h e o valor da fluência.

Tabela 1 - Processo Pilar-Padrão.

Iteração	v	μ_{TOT}	$\kappa_{obtido \text{ pelo ábaco}}$
1ª	0,583	>0,146	70
2ª	0,583	0,21	73
3ª	0,583	0,21	73

Portanto ao entrar no ábaco com $v=0,583$ e $\mu=0,21$ tem-se $\omega=0,38$ onde resulta em uma armadura total de $44,95\text{cm}^2$.

3.1.2 Processo do Pilar-Padrão Melhorado com rigidez κ do ábaco

$$v = \frac{3000}{0,40 \times 0,60 \times \frac{30000}{1,4}} = 0,583 \quad \mu_1 = \frac{M_{1d}}{A_c h f_{cd}} = \frac{450}{0,4 \times 0,6^2 \times \frac{30000}{1,4}} = 0,146$$

Processo aproximado para a consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado

Patrícia Helena de Andrade Sartori Oliveira & Ricardo Leopoldo Silva e França¹

$$\mu_{TOT} = \mu_1 \frac{1 - \alpha_E \alpha_C}{1 - \alpha_E}$$

$$\alpha_E = v \times \frac{(l_e / h)^2}{10 \times \gamma_3 \times \kappa} = 0,583 \times \frac{(2 \times 6,0 / 0,60)^2}{10 \times 1,1 \times \kappa} = \frac{21,21}{\kappa}$$

$$\alpha_C = \frac{10}{12} (0,7 - \alpha_3)$$

Como $\alpha_3 = \frac{450}{450} = 1,0$ resulta em $\alpha_C = -0,25$

Portanto:
$$\mu_{TOT} = \mu_1 \frac{1 - \left(\frac{21,21}{\kappa} \right) \times (-0,25)}{1 - \frac{21,21}{\kappa}}$$

Como o processo também é iterativo, na tabela abaixo são apresentadas as etapas de iteração. É utilizado novamente o ábaco tipo A10F0 devido à disposição da armadura, o valor de d/h e o valor da fluência.

Tabela 2: Processo Pilar-Padrão Melhorado.

Iteração	v	μ_{TOT}	κ obtido pelo ábaco
1 ^a	0,583	>0,146	70
2 ^a	0,583	0,225	74
3 ^a	0,583	0,219	74

Portanto ao entrar no ábaco com $v=0,583$ e $\mu=0,219$ tem-se $\omega=0,39$ onde resulta em uma armadura total de $46,1 \text{ cm}^2$.

Nota-se que os resultados encontrados são muito próximos, porém geralmente para pilares em balanço com esse tipo de carregamento o Processo do Pilar-Padrão é contra a segurança.

3.2 Exemplo 2

O exemplo mostrado a seguir apresenta a verificação de um pilar com seção variável, engastado na base e livre na extremidade superior.

Processo aproximado para a consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado

Patrícia Helena de Andrade Sartori Oliveira & Ricardo Leopoldo Silva e França¹

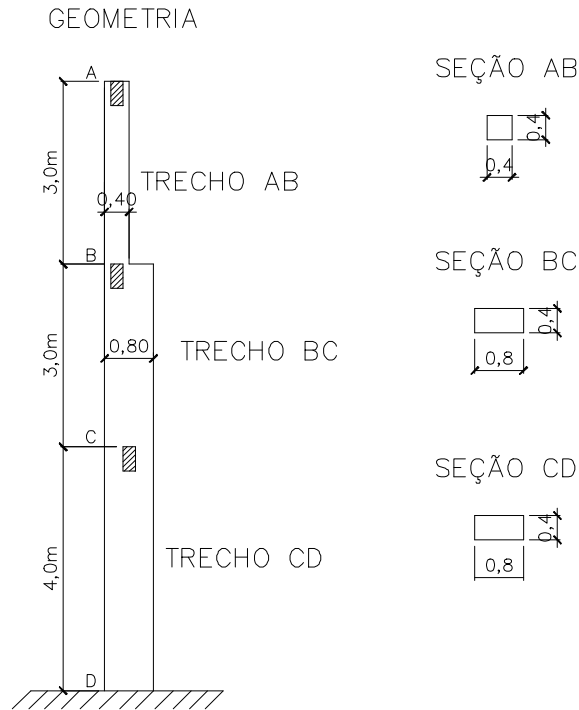


Figura 11 – Geometria da peça.

Característica dos materiais:

-concreto: $f_{ck}=20\text{MPa}$
 -aço: $f_{yk}=500\text{MPa}$

As armaduras estão dispostas por trecho, ou seja, para cada trecho tem uma armadura diferente como mostra a figura 12, pois seria um exagero colocar a mesma armadura ao longo de todo o pilar.

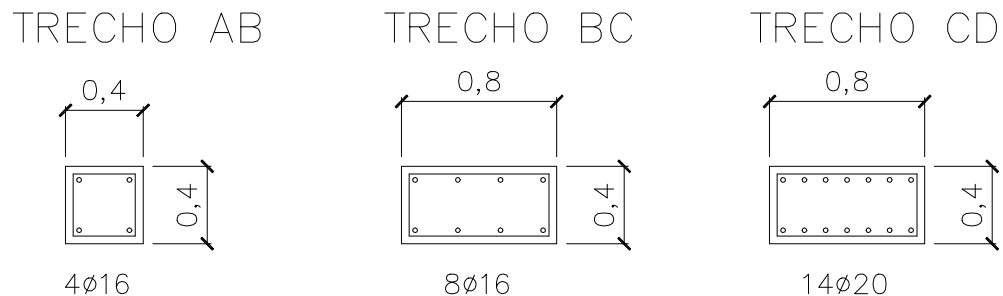


Figura 12 - Armaduras para cada trecho do pilar.

Processo aproximado para a consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado

Patrícia Helena de Andrade Sartori Oliveira & Ricardo Leopoldo Silva e França¹

Com isso a verificação do pilar é realizada para cada trecho separadamente. Se existisse a mesma armadura ao longo do pilar e se a seção fosse constante, a verificação seria feita uma única vez para o esforço máximo, que não é o caso nesse exemplo. Os carregamentos são dados por:

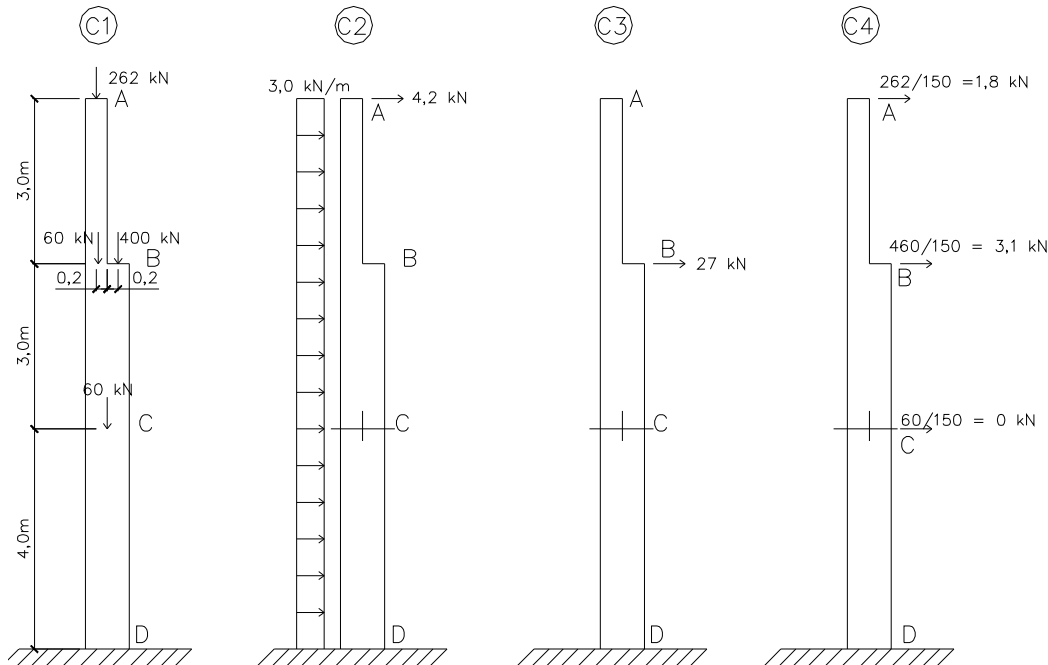


Figura 13 – Tipos de carregamentos na estrutura.

O carregamento “C1” está relacionado com o peso próprio da estrutura e com a carga vertical da ponte rolante, o carregamento “C2” leva em consideração o efeito do vento, o carregamento “C3” considera o esforço horizontal da ponte rolante, ou seja, o efeito da frenagem e o carregamento “C4” a inclinação acidental do pilar. As cargas estão em valores característicos, portanto não estão multiplicados pelo coeficiente γ_f . A combinação mais desfavorável para o estudo dos esforços para verificação do pilar, de acordo com a NBR 6118:2003, é:

$$F_d = (C1 + C2 + \psi_o C3 + \psi_o C4) \times \gamma_f$$

Considerando o vento como a principal ação variável e utilizando $\psi_o=0,6$ para frenagem e $\psi_o=1,0$ para inclinação acidental, obtém-se os valores representados na figura abaixo com o respectivo diagrama de momento fletor para efeito de 1ª ordem. Segundo a interpretação da versão final da NBR 6118:2003, poderia ser utilizado somente o vento ou os efeitos da inclinação vertical, o que causar maior momento fletor na base do pilar.

Processo aproximado para a consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado

Patrícia Helena de Andrade Sartori Oliveira & Ricardo Leopoldo Silva e França¹

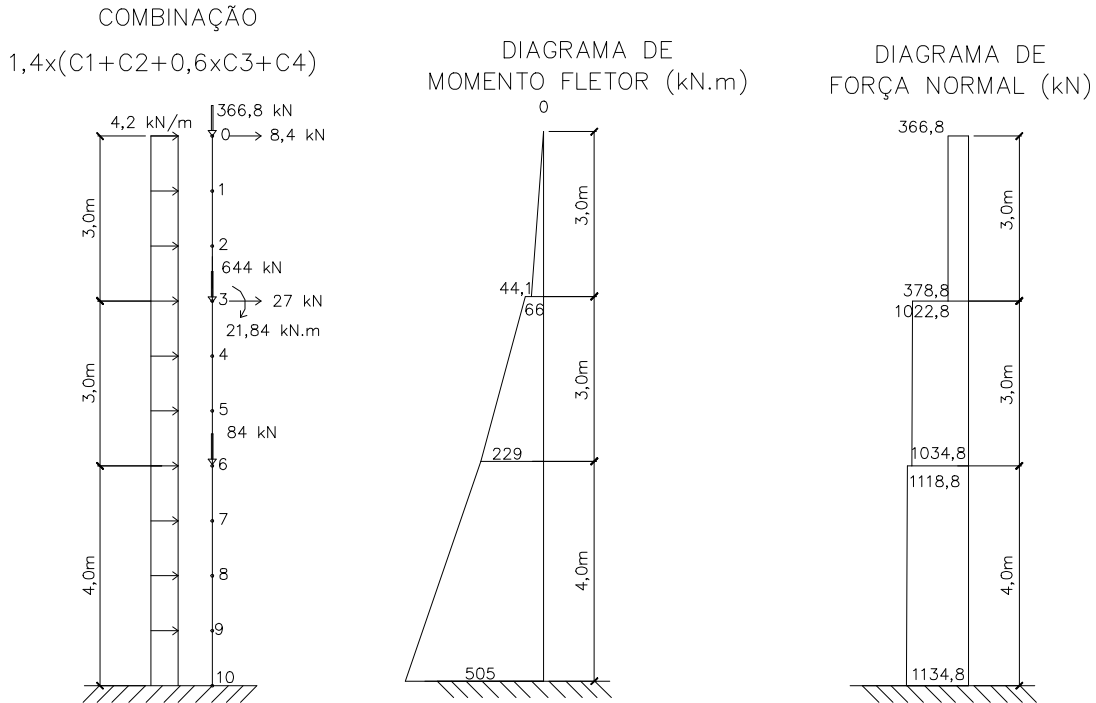


Figura 14 – Combinação dos carregamentos e diagramas dos esforços.

Primeiramente calcula-se a rigidez para cada trecho do pilar com a armadura existente para depois se aplicar o processo P- Δ .

Trecho AB

$$N_d = 378,8 \text{ kN}$$

$$\nu = \frac{378,8}{0,16 \times 20000 / 1,4} = 0,166$$

$$A_s = 8 \text{ cm}^2, \text{ portanto } \omega_{\text{existente}} = \frac{8 \times 50 / 1,15}{0,16 \times 20000 / 1,4} = 0,152$$

Usando o ábaco B10F0 devido à disposição da armadura tem-se: $\kappa = 25$

Resultando:

$$EI_{cs,AB} = \kappa \times A_c \times h^2 \times f_{cd} = 25 \times 0,16 \times 0,4^2 \times 20000 / 1,4 = 9143 \text{ kNm}^2$$

Trecho BC

$$N_d = 1034,8 \text{ kN}$$

$$\nu = \frac{1034,8}{0,32 \times 20000 / 1,4} = 0,226$$

Processo aproximado para a consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado

Patrícia Helena de Andrade Sartori Oliveira & Ricardo Leopoldo Silva e França¹

$$A_s = 16\text{cm}^2, \text{ portanto } \omega_{\text{existente}} = \frac{16 \times 50 / 1,15}{0,32 \times 20000 / 1,4} = 0,152$$

Usando o ábaco C05F0 devido à disposição da armadura tem-se: $\kappa = 28$

Resultando:

$$EI_{cs,BC} = 28 \times 0,32 \times 0,8^2 \times 20000 / 1,4 = 81920 \text{ kNm}^2$$

Trecho CD

$N_d = 1134$,

$$\nu = \frac{1134,8}{0,32 \times 20000 / 1,4} = 0,248$$

$$A_s = 44,1\text{cm}^2, \text{ portanto } \omega_{\text{existente}} = \frac{44,1 \times 50 / 1,15}{0,32 \times 20000 / 1,4} = 0,420$$

Usando o ábaco C05F0 tem-se: $\kappa = 40$

Resultando:

$$EI_{cs,CD} = 40 \times 0,32 \times 0,8^2 \times 20000 / 1,4 = 117029 \text{ kNm}^2$$

Com estes valores de rigidez calcula-se o P- Δ conforme figura e tabela abaixo com:

$$EI_{cs,AB} = 9143 \text{ kN.m}^2$$

$$EI_{cs,BC} = 81920 \text{ kN.m}^2$$

$$EI_{cs,CD} = 117029 \text{ kN.m}^2$$

Processo aproximado para a consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado

Patrícia Helena de Andrade Sartori Oliveira & Ricardo Leopoldo Silva e França¹

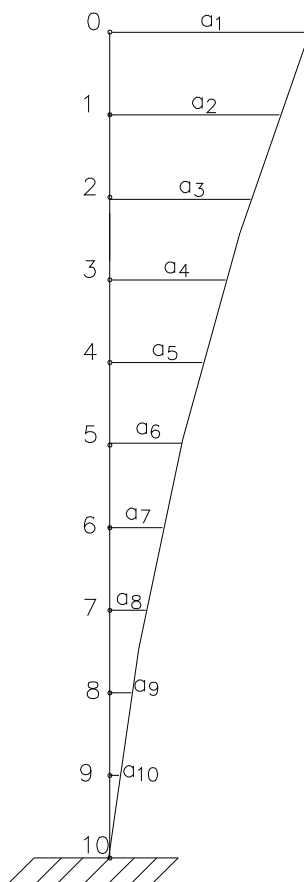


Figura 15 – Deslocamentos no Processo P- Δ .

Tabela 3 – Processo P- Δ .

Iteração	a_1 (m)	a_2 (m)	a_3 (m)	a_4 (m)	a_5 (m)	a_6 (m)	a_7 (m)	a_8 (m)	a_9 (m)	a_{10} (m)
0	0,141	0,117	0,095	0,075	0,058	0,042	0,028	0,017	0,008	0,002
1	0,183	0,151	0,12	0,094	0,072	0,052	0,035	0,021	0,01	0,003
2	0,195	0,16	0,127	0,099	0,076	0,055	0,037	0,022	0,01	0,003
3	0,199	0,163	0,129	0,101	0,077	0,056	0,037	0,022	0,01	0,003
4	0,201	0,164	0,13	0,102	0,078	0,056	0,037	0,022	0,01	0,003
5	0,201	0,164	0,13	0,102	0,078	0,056	0,037	0,022	0,01	0,003



e-Artigo: 016-2007

Processo aproximado para a consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado

Patrícia Helena de Andrade Sartori Oliveira & Ricardo Leopoldo Silva e França¹

Os momentos fletores finais são:

Tabela 4 – Esforços Finais.

PONTO	M _d (kN.m)
0	0
1	21
2	51
3	80/102
4	177
5	253
6	331
7	409
8	489
9	568
10	647

Com os valores finais dos esforços faz-se a verificação do pilar para cada trecho.

Trecho AB (pontos 0 a 3)

M_{d,máx} = 80kN.m, onde tem-se:

$$\mu = \frac{80}{0,16 \times 0,4 \times 20000 / 1,4} = 0,088$$

Como $\nu = 0,166$ e usando o ábaco B10F0, novamente tem-se:

$$\omega = 0,08 < \omega = 0,152$$

Portanto a taxa de armadura existente é maior que a necessária. Mas como já foi adotada a armadura mínima, não se pode diminuir a quantidade de barras de aço.

Trecho BC (pontos 3 a 6)

M_{d,máx} = 331kN.m, onde tem-se:

$$\mu = \frac{331}{0,32 \times 0,8 \times 20000 / 1,4} = 0,09$$

Como $\nu = 0,226$ e usando o ábaco C05F0 novamente tem-se:

$$\omega = 0,08 < \omega = 0,152$$

Portanto a taxa de armadura existente é maior que a necessária. Mas como também já foi adotada a armadura mínima, não se pode diminuir a quantidade de barras de aço.

Trecho CD (pontos 6 a 10)

M_{d,máx} = 647kN.m, onde tem-se:

$$\mu = \frac{647}{0,32 \times 0,8 \times 20000 / 1,4} = 0,177$$

Como $\nu = 0,248$ e usando o ábaco C05F0 tem-se:

$$\omega = 0,38 < \omega = 0,420$$



Processo aproximado para a consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado

Patrícia Helena de Andrade Sartori Oliveira & Ricardo Leopoldo Silva e França¹

Portanto a taxa de armadura existente é maior que a necessária. Conclui-se com a verificação que o pilar está dimensionado corretamente.

4 Conclusões

A adoção da linearização da relação momento-curvatura permite a construção de ábacos de interação momento-normal-rigidez secante para seções retangulares e circulares, tanto cheia como vazada, tornando prático e de grande auxílio nas atividades de projeto, pois fornece diretamente a rigidez secante da peça, além da capacidade portante para um determinado arranjo e valor de armadura, tornando assim mais conveniente para caracterizar a não-linearidade física da peça.

A utilização do ábaco correspondente ao valor de d/h correto é fundamental no dimensionamento e na verificação da peça. Para os pilares de seção retangular vazada, conclui-se que ao adotar uma espessura média h_m no dimensionamento e na verificação é equivalente a adotar as espessuras reais b_e e h_e para uma mesma área de concreto, desde que se mantenha à distância das barras em relação ao centro de gravidade da peça.

Conclui-se, assim, que a utilização da rigidez secante adimensional para consideração da não-linearidade física dos pilares é uma ferramenta de grande potencial e, em conjunto com os processos do Pilar-Padrão, Pilar-Padrão Melhorado ou P- Δ , fornecem resultados excelentes.

5 Referências bibliográficas

[1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto** – NBR 6118:2003. Rio de Janeiro, 2003.

[2] COMITE EUROPÉEN DU BETÓN. **Fédération Internationale de la Précontrainte (CEB-FIP), Model Code 1990 (MC-90)**, Bulletin D` Information n. 195, 196, 198. Paris, 1990.

[3] EUROCODE 2. **Design of Concrete Structures**. Commission of the European Communities, 1989.

[4] FIB, **Technical report Design Examples for the 1996 FIP recommendations Practical design of structural concrete** CEB – FIP. 1996. Bulletin 16 n. 121-154.

[5] FRANÇA, R. L. S. **Relações momento-curvatura em peças de concreto armado submetidas à flexão oblíqua composta**. 1984. Dissertação - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo (EPUSP). São Paulo, 1984.



e-Artigo: 016-2007

Processo aproximado para a consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado

Patrícia Helena de Andrade Sartori Oliveira & Ricardo Leopoldo Silva e França¹

[6] FRANÇA, R. L. S. **Contribuição ao estudo dos efeitos de segunda ordem em pilares de concreto armado**. 1991. Tese - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo (EPUSP). São Paulo, 1991.

[7] FUSCO, P. B. **Estruturas de Concreto – Solicitações Normais**. Editora Guanabara Dois. Rio de Janeiro, 1986.

[8] KORDINA, E. K.; QUAST, U. **Dimensionamento de Peças Esbeltas – Verificação da Segurança com Flambagem**. cap. L-II do Beton-Kalender, 1986.

[9] MONTOYA, P. J.; MESEGUER, A.G.; CABRE, F. M. **Ábacos para el cálculo de secciones en el estado último de agotamiento – Hormigón armado**. Editorial Gustavo Gili. Barcelona, 1978.

[10] OLIVEIRA, P. H. A. S. **Processo Aproximado para consideração da não-linearidade física de pilares em concreto armado**. 2004. Dissertação - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo (EPUSP). São Paulo, 2004.

¹ Patrícia Helena de Andrade Sartori Oliveira - *Mestra em Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo*. email: phaso@uol.com.br

Ricardo Leopoldo e Silva França - *Professor Doutor, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações. Escola Politécnica, Universidade de São Paulo*. email: eng@francaeassociados.com.br